

فرض منزلي رقم 02

الدورة الأولى

السنة الأولى علوم رياضية

التمرين الأول:

$$f : \begin{cases} \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ n \mapsto n + (-1)^n \end{cases} \text{ نعتبر التطبيق:}$$

- (1)- بين أن f تطبيق تبايني وشمولي .
 (2)- أحسب $(f(n))$ لكل n من \mathbb{N} ، وإستنتج التقابل العكسي f^{-1} للتقابل f .

التمرين الثاني:

a و b عدنان حقيقيان بحيث $a < b$ و $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$ تطبيق يحقق:

$$(*) \forall x, y \in [a, b]: |f(x) - f(y)| \geq |x - y|$$

- (1)- بين أن: $|f(b) - f(a)| = b - a$.
 (2)- إستنتج أن هناك تطبيقين يحققان العلاقة (*) و حددهما .

التمرين الثالث:

(1)- بين أن:

$$\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2 : \sin^2 a + \cos^2 b = 1 + \sin(a+b) \times \sin(a-b)$$

(2)- حل في \mathbb{R} ، ثم في المجال $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ المتراجحة:

$$(I): \frac{1}{2} \leq \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos^2\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

التمرين الرابع:

(1)- لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $g : x \mapsto -x^2 - x + 6$.

(أ)- أنشيء جدول تغيرات الدالة g .

(ب)- حدد $g^{-1}\left(\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right]\right)$ و $g^{-1}\left(\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right]\right)$.

(ج)- أنشيء جدول تغيرات الدالة $g \circ g$.

(2) - لتكن h دالة عددية جدول تغيراتها كالآتي:

x	-4	-2	0	2	3	4
h	4		3	0		-2

أنشيء جدول تغيرات الدوال التالية، إنطلاقاً من جدول تغيرات الدالة h :

(1) $h_1 : x \mapsto \frac{1}{h(x)}$; (2) $h_2 : x \mapsto (h(x))^2$; (3) $h_3 : x \mapsto \frac{-h(x)+1}{h(x)+4}$; (4) $h_4 : x \mapsto h(2-x)$

